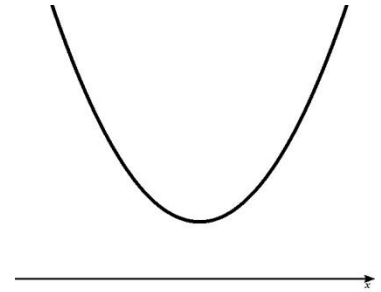


第3講 基本事項チェック  
～最低限これだけは押さえよう～

この講で扱う問題では、 $f(x) = x^2 - 2ax + a + 12$  という2次関数です。  
 $y = f(x)$  とおくと、このグラフは下に凸の放物線になりますね。

まず、 $f(x) > 0$  の場合を考えましょう。右の図のようになります。  
つまり、 $x$ 軸と交点をもたなければいいわけですね。

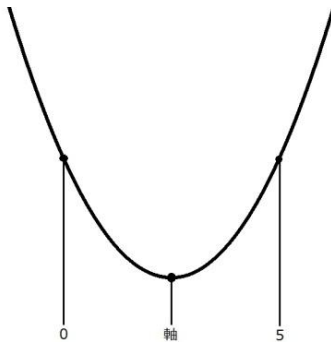
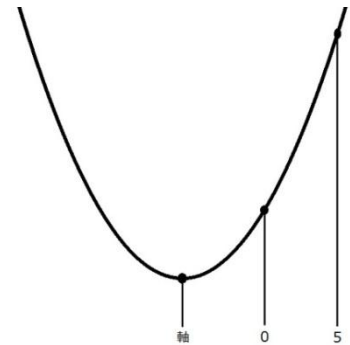


では、 $0 \leq x \leq 5$  のとき  $f(x) > 0$  の場合はどうでしょう？

これはつまり、 $0 \leq x \leq 5$  の範囲において  $y = f(x)$  のグラフが  $x$ 軸より上にあればいいのです！  
ええ、なにも  $x$ 軸と交点をもたないと言っているわけではありませんよ。  
言葉だけでは分かりづらいでしょうから、右の図を見てみましょう！

たとえば、右の図の場合。

この場合、 $x$ 軸と交わっても、 $x = 0$  のときにプラスなら大丈夫ですね。



もう一つ、左の図のような場合は？  
これは軸が  $0 \leq x \leq 5$  の範囲に含まれているパターン。  
このときは  $x$ 軸と交わっちゃダメですね。

押さえるべきはだいたいこんな感じでしょうか。

関数の絡む問題は妄想力…もとい、想像力が大切です。

わからなかったら図を描いて、自分でイメージできるようになりましょう！

では、授業で。

### 第3講 訂正+ごめんなさい

第3講の解説中の図に不備があったので訂正します…。

場合分けのところです。

授業を受けたノートを見返しながら見てくださいね。

板書の「考え方」や解答の場合分け①,②に描いた図に問題がありました。

たしか右の2つのような図だったと思います。

じゃあ何がけしからんのでしょうか。

この問題で扱った関数は、 $f(x) = x^2 - 2ax + a + 12$  でしたね。

ここで、 $y = f(x)$  とし、判別式を  $D$  として、 $a$  の値によって  $y = f(x)$  が  $x$  軸といくつの共有点をもつかを調べてみましょう。

$$D/4 = a^2 - a - 12$$

$$= (a - 4)(a + 3) \text{ です。}$$

ということは、

$(a - 4)(a + 3) > 0$  のとき

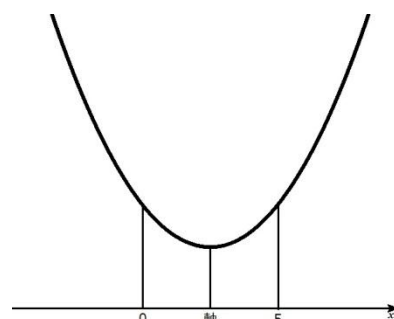
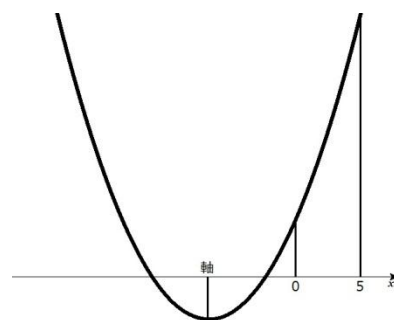
$y = f(x)$  は  $x$  軸と 2 つの共有点を持ち、

$(a - 4)(a + 3) = 0$  のとき

$y = f(x)$  は  $x$  軸と 1 つの共有点を持ち、

$(a - 4)(a + 3) < 0$  のとき

$y = f(x)$  は  $x$  軸と共有点をもたない、となりますね。



で、問題での場合分けは

①  $a < 0$  ②  $0 \leq a \leq 5$  ③  $5 < a$  でしたね。

右の図を見てください。

数直線の上部に  $y = f(x)$  と  $x$  軸との共有点の個数、

下部にうすく場合分けで分けた範囲が描いてあります。

場合分け③については、授業で描いた図で間違いはない

ですね。③の範囲では常に共有点は 2 つです。

だがしかし *but*, ①も②も  $a$  の値によっちゃ 0 個かもしれないし 1 個かもしれないし 2 個かもしれない。

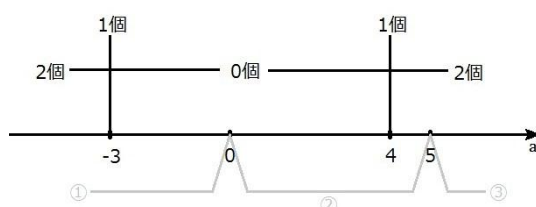
そう、ここに問題ありなんですよ…。

授業で描いた図は右上のとおりですが、そもそも交点がいくつかなんてわからない。

じゃあどうしようか。

そう、そんなときは  $x$  軸を描かないのがいいね。

授業で描いた図では不正確な場合もあるから、減点の対象になってしまうから、僕のような描き方はしちゃダメよ！



というわけです。たいへん申し訳ありませんでした。